Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC
ISSN 2708-7093
Vol. 6. Nº 3, Noviembre 2023/ P. 42-51
URL: https://www.revistarecientec.unan.edu.ni
email: revistarecientec@unan.edu.ni

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS PARCIALES EN LAS CIENCIAS ECONÓMICAS: PRODUCTIVIDAD MARGINAL.

APPLICATIONS OF PARTIAL DERIVATIVES IN ECONOMICS: MARGINAL PRODUCTIVITY.

Norman Rafael López Sánchez 1.
Cliffor Jerry Herrera Castrillo 2.

RESUMEN

De acuerdo a la relación de la matemática con las ciencias económicas, se llega a la aplicación de modelos matemáticos que permitan darle solución a diversas situaciones económicas, por tal razón la presente investigación se fundamenta en la resolución de problemas de derivadas parciales. Son cada vez más los economistas y administradores que consideran que la utilización de la Matemática, como lenguaje simbólico y método de razonamiento científico, constituye un elemento de ayuda inestimable en las tareas de dichas ciencias. El objetivo de este artículo es disponer de una guía de problemas con sus respectivas soluciones, mediante derivadas parciales aplicadas en el área de Administración y Economía. Se utilizó un análisis descriptivo y un enfoque mixto con predominancia cualitativo, Para ello, se combinan el análisis de contenido, los métodos inductivo e hipotético – deductivo y la experiencia docente de los autores. Como resultados se obtiene la solución de cinco problemas, de diferentes fuentes, esto contribuye al desarrollo del aprendizaje significativo, puesto que se toman aspectos de innovación, además permite fortalecer el pensamiento crítico.

PALABRAS CLAVE: PRODUCTIVIDAD MARGINAL, DERIVADAS PARCIALES, CIENCIAS ECONÓMICAS, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

ABSTRACT

According to the relationship between mathematics and the economic sciences, the application of mathematical models that allow the solution of diverse economic situations is reached, for this reason the present research is based on the resolution of partial derivative problems. More and more economists and administrators consider that the use of mathematics, as a symbolic language and method of scientific reasoning, is an invaluable aid in the tasks of these sciences. The objective of this article is to provide a guide of problems with their respective solutions, by means of partial derivatives applied in the area of Administration and Economics. A descriptive analysis and a mixed approach with a qualitative predominance were used, combining content analysis, inductive and hypothetical-deductive methods and the authors' teaching experience. As results, the solution of five problems is obtained, from different sources, this contributes to the development of significant learning, since aspects of innovation are taken, besides, it allows to strengthen critical thinking.

1. Máster en Matemática Aplicada, FAREM-Carazo. Docente del Departamento de Ciencias Económicas y Administrativas de la UNAN-Managua, FAREM-Estelí Orcid: https://orcid.org/0009-0004-5710-8159 correo: lopeznorman88@gmail.com

2. Doctor en Matemática Aplicada de la UNAN-Managua, FAREM Carazo. Docente del Departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades de la UNAN-Managua, FAREM-Estelí Orcid: https://orcid.org/0000-0002-7663-2499 Correo: cliffor.herrera@unan.edu.ni

Recibido: 03 de octubre 2023
Aceptado: 23 de octubre 2023

KEYWORDS: MARGINAL PRODUCTIVITY, PARTIAL DERIVATIVES, ECONOMICS, PROBLEM SOLVING, PROBLEM SOLVING.

INTRODUCCIÓN

El presente artículo de investigación tiene como título "Aplicaciones de las derivadas parciales en las ciencias económicas: Productividad marginal", el cual consiste en una serie de situaciones con sus respectivas soluciones, aplicables en el área de las ciencias económicas y empresariales. El objetivo de este estudio es disponer de una guía de problemas con sus respectivas soluciones, mediante derivadas parciales aplicadas en el área de Administración y Economía

La influencia, evolución e importancia de las matemáticas en la sociedad actual ha ido en constante crecimiento, en gran manera debido al espectacular aumento de sus aplicaciones. Puede decirse que todo se matematiza. No es concebible la innovación tecnológica, en el sentido actual de Investigación y desarrollo, sin la presencia preeminente de las matemáticas y sus métodos.

En la actualidad hay varias aplicaciones de las matemáticas y en su aspecto general relacionadas con otras áreas del conocimiento como la economía, la medicina, la ingeniería, la física, entre otras, las cuales hacen de la matemática una ciencia primordial para el desarrollo de modelos que resuelvan una situación del contexto social o ya sea de la índole que se trate.

Sustentando lo expresado anteriormente por medio de Moriana, (2003) argumenta que "es universalmente aceptada la idea de que las matemáticas constituyen el lenguaje de las Ciencias. En la medida que una rama del conocimiento humano se desarrolla, se va estructurando, adopta el lenguaje preciso de las matemáticas" (p. 12). En contraste con lo que plantea Herrera Castrillo, (2023) "las matemáticas siempre han sido vistas aisladas de otras ciencias, pero en realidad está guarda mucha relación con otros ámbitos" (p. 32)

Romero (2017) expresa que:

> Desde los tiempos antiguos donde se realizaba el trueque, y después con algún objeto monetario, es donde la economía comienza a tomar una posición importante en la administración pecuniaria de cualquier persona, institución, sociedad, nación y más aún cuando se incrementó la relación entre diferentes países mediante la globalización se consideró a la matemática como la esencial y principal soporte para las decisiones que se puedan realizar ante problemas complicados. (p. 50)

La importancia de una ciencia y especialmente la matemática se da en medida que pueda permitir obtener posibles respuestas ante los problemas con la mayor rigurosidad científica debido a que las soluciones que se puedan aplicar pueden tener implicancias de gran índole en la sociedad.

Por otra parte Cachanosky (1985) expresa que:

> En el dominio de la economía, tanto los modelos de equilibrio general, como la teoría neo-

> clásica de la producción o los modelos macroeconómicos de crecimiento utilizan en su formulación el cálculo diferencial y (o) la teoría de ecuaciones diferenciales, en clara similitud con el proceso seguido en la física clásica. Es en la medida en que éstas técnicas o herramientas matemáticas han sido diseñadas para el estudio cuantitativo de los procesos continuos, en la que cabe cuestionarse la fiabilidad de éstos planteamientos en el ámbito de la teoría económica. (p. 15)

En lo expresado anteriormente se puede evidenciar que Cachanosky, muestra una de las importancia y sobre todo una de muchas aplicaciones que se pueden utilizar en relación matemática-economía fundamentando que los distintos modelos económicos que utilizan o necesitan de una formulación mediante el cálculo diferencial o bien por medio de las ecuaciones diferenciales siendo esto uno de los aspectos más aplicables dentro del campo de la matemática.

Según Centeno y Quimbaya (2012), una economía no sería la mejor si el modelo que se tiene tampoco lo es, en fin la base de todo desarrollo científico o económico deben tener cimientos sólidos y contundentes, ¿será posible que exista una ciencia que tenga dichas características? Es claro que la ciencia más próxima a estas características es la Matemática, ya que esta brinda resultados confiables y que además sus cimientos están definidos de una manera estrictamente lógica.

La aplicabilidad de la matemática en las distintas ciencias constituye un gran desafío para la época actual, es por ello que la presente investigación tiene como finalidad de disponer de una serie de problemas con sus respectivas soluciones y tratamiento metodológico de las derivadas parciales aplicados a las ciencias económicas, produciendo cambios significativos en las prácticas pedagógicas, metodologías de enseñanza y sobre todo tener elementos esenciales y relacionados de la matemática con otras ciencias.

Dado, que se está analizando, la productividad marginal, es importante, conocer su definición como la plantea García, et al., (2011)

Si la cantidad z de un cierto producto se obtiene utilizando las cantidades x y y, respectivamente, de dos factores de producción, la función de producción $z=f(x,y)$ proporciona la cantidad de producto final z cuando se usan simultáneamente las cantidades x y y de insumos.

Las derivadas parciales del producto final z con respecto a las cantidades x y y de insumos, representan las productividades marginales de cada material.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = productividad\ marginal\ del\ insumo\ x$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = productividad\ marginal\ del\ insumo\ y$$

La productividad marginal será, entonces, el incremento que sufre la cantidad de producto terminado, por cada unidad de insumo que se agregue a la mezcla, manteniendo a los demás insumos constantes. Es la capacidad que tiene el insumo de incrementar el producto terminado z. (pp. 150-151)

Se supone que la cantidad z de un artículo se produce mezclando las cntidades x y y de materiales. Tal producción se calcula mediante la expresión

$$z = 4x^{3/4}y^{1/4}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3y^{1/4}}{x^{1/4}}\ \textit{productividad marginal del insumo } x$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^{3/4}}{x^{3/4}}\ \textit{productividad marginal del insumo } y$$

Donde se puede decir, que las cantidades precisas de insumos, dan mayor significado a la productividad.

MATERIALES Y MÉTODOS

Esta investigación según su enfoque, es de tipo mixta, ya que hace énfasis en la descripción y análisis de problemas, referente al ámbito económico y administrativo para inferir y afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación, además se aplica la lógica inductiva de lo particular a lo general. Por ende, posee el carácter cuantitativo y cualitativo.

Para Hernández et al. (2014), "la meta de la investigación mixta no es reemplazar a la investigación cuantitativa ni a la investigación cualitativa, sino utilizar las fortalezas de ambos tipos de indagación, combinándolas y tratando de minimizar sus debilidades potenciales" (p. 532).

Es importante mencionar que, el enfoque de mayor predominio y presencia es el cualitativo, es decir que, durante el proceso investigativo, se describe y analizan problemas de aplicación sobre productividad marginal.

De este modo, Taylor y Bodgan (2001) afirman que:

La investigación cualitativa, produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable. Es decir, este enfoque puede concebirse como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. (p. 20).

Se utilizó una metodología que combina el análisis de contenido, los métodos inductivo e hipotético – deductivo y la misma experiencia docente de los autores mediante lo siguiente:

La recolección de datos, como lo plantea Hernández Mendoza y Duana Avila , (2020):

La recolección de datos es considerada como la medición es una precondición para obtener el conocimiento científico. El instrumento de recolección de datos está orientado a crear las condiciones para la medición. Los datos son conceptos que expresan una abstracción del mundo real, de lo sensorial, susceptible de ser percibido por los sentidos de manera directa o indirecta, donde todo lo empírico es medible. (p.51)

Las distintas aplicaciones que se presentan en este artículo, sobre productividad marginal son retomadas de libros de Matemática para ciencias económicas los cuales se mencionan a continuación:

- Matemáticas para Administración y Economía de Haeussler y Richard, (2008)
- Cálculo III de Meza, (2011)
- Matemática Aplicada a las ciencias Económicas-Administrativas de Vásquez, (2014)
- Matemática Aplicada a la Administración y Economía de Lardner y Arya, (2009)
- Cálculo de varias variables-Transcendentes Tempranas séptima edición de Stewart, (2012)
- El cálculo séptima edición Leithold, (1994)

Y como fuentes secundarias, se retomaron artículos de investigación, tesis relacionadas con el tema en estudio, experiencia del docente.

- A través del método inductivo (Abreu, 2012) se observó y experimentó con casos concretos que permitieron identificar regularidades, las cuales dieron origen a la formulación de posibles relaciones para la solución de problemas.
- El método hipotético – deductivo permitió mantener un razonamiento sistemático respecto a la solución de cinco problemas, lo cual dio origen al acto científico propio de los matemáticos, la resolución de problemas, referente a derivadas parciales.
- Otro aspecto relevante que contribuye a la realización de la investigación es la experiencia de los autores como docentes en las carreras de Matemática, Física-Matemática, Administración de empresas, Contaduría Pública y Finanzas, Economía, Mercadotecnia de la UNAN-Managua, FAREM-Estelí. Facilitar en más de una vez matemáticas y estadística, permitió conocer las principales dificultades del estudiantado y así poder realizar un expendio de problemas resueltos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presenta, la solución de cinco problemas referentes a Aplicaciones de las derivadas parciales en las Ciencias Económicas: Productividad marginal, que son el resultado de la implementación del proceso descrito en el apartado anterior. En la solución de cada problema se mantuvo un lenguaje matemático sencillo, sin descuidar aspectos científicos.

Problemas de Aplicación

1. Un granjero puede producir $f(x,y) = 200\sqrt{6x^2 + y^2}$ unidades de huevo con x unidades de trabajo y y unidades de capital.

- a. Calcular las productividades marginales de trabajo y capital cuando x=10 y y=5.
- b. Utilice el resultado anterior para determinar el efecto en producción de una reducción a 9,5 unidades de trabajo y 5 unidades de capital.

Solución:

a. Las derivadas parciales son:

$$f_x(x,y) = 200\left(\frac{1}{2}\right)(6x^2 + y^2)^{-1/2}(12x)$$

$$f_y(x,y) = 200\left(\frac{1}{2}\right)(6x^2 + y^2)^{-1/2}(2x)$$

$$f_x(10;5) = 200\left(\frac{1}{2}\right)(6x^2 + y^2)^{-1/2}(12x)$$

$$f_x(10;\ 5) = \frac{1200x}{\sqrt{6x^2 + y^2}} \to f_x(10;\ 5) = \frac{1200(10)}{\sqrt{6(10)^2 + (5)^2}} = 480$$

$$f_y(x,y) = 200\left(\frac{1}{2}\right)(6x^2 + y^2)^{-1/2}(2x)$$

$$f_y(10;\ 5) = \frac{200y}{\sqrt{6x^2 + y^2}} \to f_y(10;\ 5) = \frac{200(5)}{\sqrt{6(10)^2 + (5)^2}} = 40$$

Por lo tanto la productividad marginal del trabajo es igual a 480 y el capital equivalente a 40.

b. El efecto de una reducción en la producción,

$$f(10;5) - f(9{,}5;5) = 200\sqrt{6(10)^2 + 5^2} - 200\sqrt{6(9{,}5)^2 + 5^2}$$

$$f(10;5) - f(9{,}5;5) = 5\,000 - 4\,760 = 240$$

Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC
ISSN 2708-7093
Vol. 6. Nº 3, Noviembre 2023/ P. 42-51
URL: https://www.revistarecientec.unan.edu.ni
email: revistarecientec@unan.edu.ni

Por lo tanto, el efecto en la producción de reducir de 10 a 9,5 es de 240 menos unidades producidas.

2. Dadas las funciones de producción

$$P(L, K) = 7L + 5K + 2LK - L^2 - 2K^2$$

calcule e intérprete las productividades marginales para los valores dados de L y K. L está dado en miles de horas trabajadas por semana, K en millones de pesos y P miles de artículos producidos por semana

a. Determinar la productividad de la mano de obra cuando L=3 y K=10.

$$P_L(L, K) = 7 + 2K - 2L$$

$$P_L(3{,}10) = 7 + 2(10) - 2(3)$$

$$P_L(3{,}10) = 7 + 20 - 6$$

$$P_L(3{,}10) = 21$$

Si se labora 3 mil horas de trabajo a la semana y se invierten 10 millones de pesos entonces el número de unidades producidas P se incrementa en 21 por cada incremento unitario en L. Es decir por cada unidad de hora trabajada que se incremente (1 000) semanal la producción se incrementa en 21 un mil unidades, manteniendo la inversión de capital K fija.

Determinar la productividad del capital cuando L=3 y K=10.

$$P_K(L, K) = 5 + 2L - 4K$$

$$P_L(3{,}10) = 5 + 2(3) - 4(10)$$

$$P_L(3{,}10) = 5 + 6 - 40$$

$$P_L(3{,}10) = -29$$

Si se labora 3 mil horas de trabajo a la semana y se invierten 10 millones de pesos entonces el número de unidades producidas P disminuye 29 por cada incremento unitario en K. Es decir por cada millón de pesos adicional que se incremente el monto de capital la producción disminuye en 29 unidades manteniendo el número de horas laboradas L fija.

Para una empresa, durante un periodo de tiempo, la función de producción es $f(x, y) = 56x^{3/4}y^{1/4}$, donde x son las unidades que requieren de mano de obra, además y representa las unidades de capital que son necesarios para producir un cierto número de artículos.

Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC
ISSN 2708-7093
Vol. 6. Nº 3, Noviembre 2023/ P. 42-51

a. Determinar las derivadas parciales, f_x (x,y) y f_y (x,y).

b. Evaluar f_x (x,y) y f_y (x,y) cuando x=81,y=16.

c. Interpretar los resultados.

Solución:

a. Sea $f(x,y) = 56x^{3/4}y^{1/4}$ la función de producción original

$$f_x(x,y) = 56\left(\frac{3}{4}\right)x^{-1/4}y^{1/4} = 42\frac{y^{1/4}}{x^{1/4}} = 42\left(\frac{y}{x}\right)^{1/4}$$

$$f_y(x,y) = 56\left(\frac{1}{4}\right)x^{3/4}y^{-3/4} = 14\frac{x^{3/4}}{y^{3/4}} = 14\left(\frac{x}{y}\right)^{3/4}$$

b. Evaluar $f_x(x,y)$ y $f_y(x,y)$ cuando $x = 81, y = 16$.

$$f_x(81,16) = 42\left(\frac{y}{x}\right)^{1/4}$$

$$f_x(81,16) = 42\left(\frac{16}{81}\right)^{1/4}$$

$$f_x(81,16) = 42\left(\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}}\right) = 42\left(\frac{2}{3}\right) = 28$$

$$f_y(81{,}16) = 14\left(\frac{x}{y}\right)^{3/4}$$

$$f_y(81{,}16) = 14\left(\frac{81}{16}\right)^{3/4}$$

$$f_y(81{,}16) = 14\left(\frac{\sqrt[4]{(81)^3}}{\sqrt[4]{(16)^3}}\right) = 14\left(\frac{\sqrt[4]{531\,441}}{\sqrt[4]{4\,096}}\right) = 14\left(\frac{27}{8}\right) = 47{,}25$$

Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC
ISSN 2708-7093
Vol. 6. Nº 3, Noviembre 2023/ P. 42-51
URL: https://www.revistarecientec.unan.edu.ni
email: revistarecientec@unan.edu.ni

c. La productividad marginal de la mano de obra f_x (x,y) aumenta en 28 unidades de producción; si el capital se mantiene constante en 16 y se incrementa el trabajo en una unidad. Por otro lado, la productividad marginal del capital f_y (x,y) aumenta en 47,25 unidades de producción cuando el trabajo se mantiene constante y el capital aumenta en una unidad. Estas productividades marginales son siempre positivas; sin embargo f_x (x,y),f_y (x,y) disminuyen si el capital o el trabajo aumentan respectivamente.

4. La función de producción de un producto elaborado por cierta empresa está dada por $P(K,L)=10K^{0,4}L^{0,6}$ unidades, donde L es el tamaño de la fuerza laboral medido en horas trabajadas por semana y K es el monto dl capital invertido por semana en UM (unidades monetarias)

a. Determine las productividades marginales cuando K=100 y L=500.

b. Interprete sus resultados.

Solución:

a. Calculemos primero las derivadas parciales

$$P_K(K,L) = 10K^{0,4}L^{0,6} = 10 * 0,4K^{-0,6}L^{0,6}$$

$$P_K(K,L) = 4K^{-0,6}L^{0,6} \rightarrow P_K(K,L) = 4\left(\frac{L}{K}\right)^{0,6}$$

$$P_L(K,L) = 10K^{0,4}L^{0,6} = 10 * 0,6K^{0,4}L^{-0,4}$$

$$P_L(K,L) = 6K^{0,4}L^{-0,4} \rightarrow P_L(K,L) = 6\left(\frac{K}{L}\right)^{0,4}$$

Al evaluar las derivadas parciales tenemos

$$P_K(K,L) = 4\left(\frac{L}{K}\right)^{0,6} = 4\left(\frac{500}{100}\right)^{0,6} = 4(5)^{0,6} = 10,5$$

$$P_L(K,L) = 6\left(\frac{K}{L}\right)^{0,4} = 6\left(\frac{100}{500}\right)^{0,4} = 6(0,2)^{0,4} = 3,15$$

Interpretación: Si se ha estado contratando 500 horas-hombres, la producción se incrementa en aproximadamente 3,15 artículos semanales por cada hora-hombre adicional contratada cuando K se mantiene fija en 100 UM. La producción se incrementa en aproximadamente 10,5 artículos semanales por cada UM adicional de incremento en el monto semanal del capital invertido cuando L se mantiene

Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC
ISSN 2708-7093
Vol. 6. Nº 3, Noviembre 2023/ P. 42-51
URL: https://www.revistarecientec.unan.edu.ni
email: revistarecientec@unan.edu.ni

fijo en 500 horas hombre y el capital era de 100UM.

Un fabricante de un juguete popular ha determinado que su función de producción es $P=\sqrt{lk}$, donde l es el número de horas de trabajo por semana y k es el capital (expresado en cientos de dólares por semana) requerido para la producción semanal de P gruesas del juguete {una gruesa son 144 unidades}.

a. Determine las funciones de productividad marginal y evalúelas cuando $l=400$ y $k=16$

b. Interprete los resultados.

Solución: como $P=(lk)^{1/2}$ tenemos

$$P_l(l,k)=\frac{1}{2}(lk)^{-1/2}*k \rightarrow P_l(l,k)=\frac{k}{2\sqrt{lk}}$$

$$P_k(l,k)=\frac{1}{2}(lk)^{-1/2}*l \rightarrow P_k(l,k)=\frac{l}{2\sqrt{lk}}$$

Si se evalúan estas condiciones cuando $l=400$ y $k=16$, se obtiene

$$P_l(400{,}16)=\frac{k}{2\sqrt{lk}}$$

$$P_l(400{,}16)=\frac{16}{2\sqrt{(400)(16)}}=\frac{16}{2\sqrt{6\,400}}=\frac{16}{(80)}=\frac{1}{10}$$

$$P_k(400{,}16)=\frac{l}{2\sqrt{lk}}$$

$$P_k(400{,}16)=\frac{400}{2\sqrt{(400)(16)}}=\frac{400}{2\sqrt{6\,400}}=\frac{400}{2(80)}=\frac{5}{2}$$

Interpretación: Así, si $l=400$ y $k=16$, al incrementar l a 401 y mantener k en 16, aumentará la producción en aproximadamente $1/10$ de gruesa. Pero si k se incrementa a 17 y l se mantiene en 400, la producción aumenta en alrededor de $5/2$ gruesas.

CONCLUSIONES

Se revisaron los aspectos teóricos y prácticos sobre las distintas aplicaciones de las derivadas parciales en las ciencias económicas basadas en la resolución de problemas.

Tomando en cuenta los fundamentos teóricos se realizó una breve reseña histórica de la matemática en relación con las ciencias económicas resaltando la importancia y su aplicabilidad en dicha área del conocimiento.

Además, se tomaron en cuenta los aspectos generales de las derivadas parciales como la definición, notación y los distintos tipos que existen como fundamento básico para la resolución de problemas.

Se analizaron en su forma general las distintas aplicaciones de las derivadas parciales y su relación con las ciencias económicas tomando en cuenta distintas bibliografías, de las cuales se tomaron situaciones resueltas y en su mayoría propuestas.

Se proponen una serie de problemas con sus respectivas soluciones detalladas y análisis de las respuestas, entre las cuales sobre salen problemas productividad marginal.

REFERENCIAS

Abreu, J. L. (Julio de 2012). Hipótesis, Método & Diseño de Investigación. International Journal of Good concience , 187-197. Recuperado el 8 de Diciembre de 2022, de http://www.spentamexico.org/v7-n2/7%282%29187-197.pdf

Cachanosky, J. C. (1985). LA CIENCIA ECONOMICA VS. LA ECONOMIA MATEMÁTICA .

Centeno, E. A., & Quimbaya Torres, J. V. (2012). Modelos Económicos. Colombia.

García, L., Moreno, M., Baldira, E., & Azcárate, C. (2011). Historia y aplicaciones de la derivada en las ciencias económicas: Consideraciones didácticas. Méridda, Venezuela.

Haeussler, J. E., & Richard, J. W. (2008). Matemáticas para administración y economía. México: Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 1031.

Hernández Mendoza , S. L., & Duana Avila , D. (2020). Técnicas e instrumentos de recolección de datos . Boletín Científico de las Ciencias Económico Administreativas del ICEA, 9(17), 51-53. Recuperado el 30 de Septiembre de 2022, de https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icea/issue/archive

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. d. (2014). Metodología de la investigación. México.D.F: McGraw-Hill Interamericana.

Herrera Castrillo, C. J. (2023). Interdisciplinariedad a través de la Investigación en Matemática y Física. Revista Chilena de Educación Matemática, 15(1), 31-45. doi:https://doi.org/10.46219/rechiem.v15i1.126

Lardner, R. W., & Arya, J. C. (2009). Matemáticas Aplicadas a la Admiistración y Economía. México: PEARSON EDUCACIÓN .

Leithold, L. (1994). El cálculo. México: Mapasa S.A.

Meza, M. M. (2011). Cálculo III. Lima-Perú: THALES S.R.L.

Moriana, M. B. (2003). ECONOMÍA Y MATEMÁTICAS; PRODUCTIVIDAD, TRABAJO Y DISTRIBUCIÓN DE. Madrid-España.

Romero, N. P. (2017). La matemática como herramienta para entender la economía dentro de la perspectiva de investigación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú.

Stewart, J. (2012). Cálculo de varias variables-Transcendentes tempranas séptima edición . México: Cengaje-Learning.

Taylor, S. J., & Bogdan, R. (2001). Introducción a los métodos cualitativos de investigación (3 ed.). Paidós Ibérica, S.A.

Vásquez, A. S. (2014). Matemáticas aplicadas a las ciencias económicas y Administrativas, simplicidad Matemática. México: Grupo Eeditorial Patria.